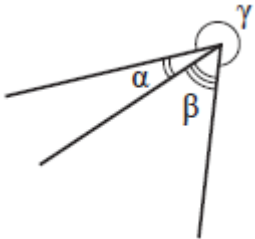
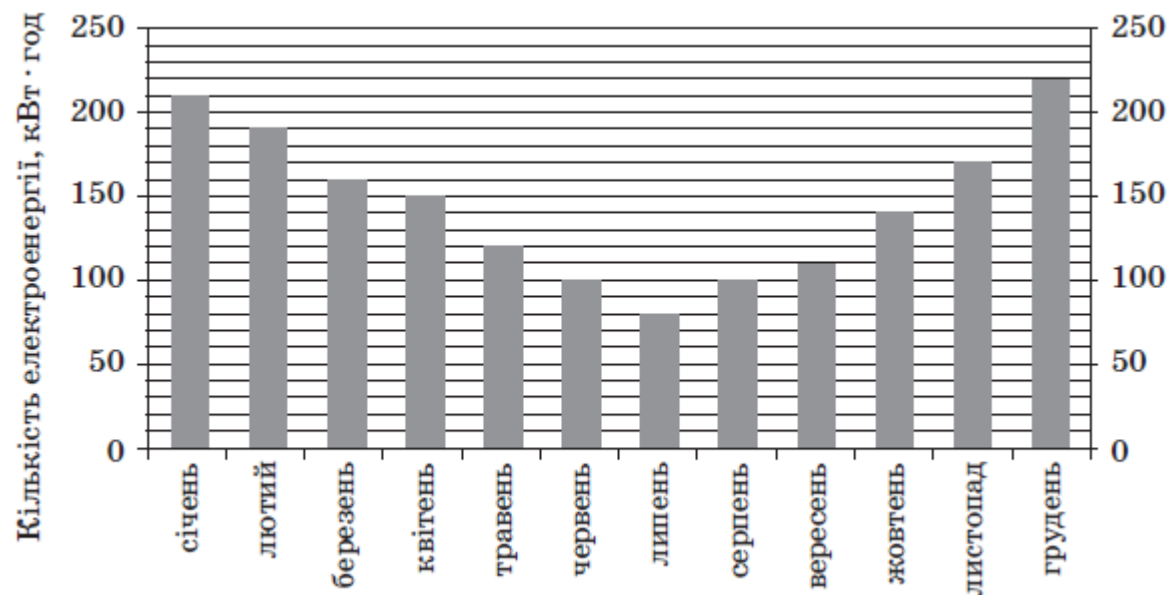


## Зовнішнє незалежне оцінювання 2013 року з математики (2 сесія)

Номер і зміст завдання	Відповідність завдання програмі ЗНО з математики, затвердженій Міністерством освіти і науки, молоді та спорту України 14.07.2011
<p>1. Три промені зі спільним початком лежать в одній площині (див. рисунок). Визначте градусну міру кута <math>\gamma</math>, якщо <math>\alpha = 20^\circ</math>, <math>\beta = 50^\circ</math>.</p>  <p>290°</p>	<p>Геометрія. Планіметрія. Найпростіші геометричні фігури на площині та їх властивості. Геометричні величини та їх вимірювання. Величина кута, вимірювання кутів</p>
<p>2. Діаграма, зображена на рисунку, містить інформацію про кількість електроенергії (у кВт · год), спожитої певною сім'єю в кожному місяці 2012 року. Користуючись діаграмою, установіть, які з наведених тверджень є правильними.</p> <p>I. У грудні порівняно з липнем спожито електроенергії більше, ніж у 2 рази.</p> <p>II. За всі літні місяці спожито електроенергії на 150 кВт · год менше, ніж за всі весняні місяці.</p> <p>III. Середньомісячне споживання електроенергії за рік є більшим за 120 кВт · год.</p>	<p>Алгебра і початки аналізу. Елементи комбінаторики, початки теорії ймовірностей та елементи статистики. Графічна, таблична, текстова та інші форми подання статистичної інформації</p>



I, II і III

3. Остача від ділення натурального числа  $k$  на 5 дорівнює 2. Укажіть остачу від ділення на 5 числа  $k + 21$ .

3

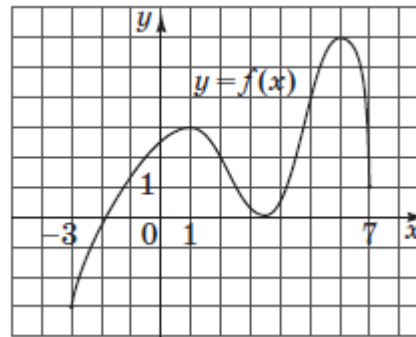
Алгебра і початки аналізу. Числа і вирази. Дійсні числа (натуральні, цілі, раціональні та ірраціональні), їх порівняння та дії з ними. Числові множини та співвідношення між ними

4. У геометричній прогресії  $(b_n)$  задано  $b_3 = 0,2$ ;  $b_4 = \frac{3}{4}$ . Знайдіть знаменник цієї прогресії.

$\frac{15}{4}$

Алгебра і початки аналізу. Функції. Числові послідовності. Означення арифметичної та геометричної прогресій. Формула  $n$ -го члена геометричної прогресії

5. На рисунку зображено графік неперервної функції  $y = f(x)$ , визначеної на відрізку  $[-3; 7]$ . Скільки всього точок екстремуму має ця функція на відрізку  $[-3; 7]$ ?



3

6. Які з наведених тверджень є правильними?
- I. Через дві прямі, що перетинаються, можна провести лише одну площину.
  - II. Через точку, що не належить площині, можна провести безліч прямих, паралельних цій площині.
  - III. Якщо дві різні площини паралельні одній і тій самій прямій, то вони паралельні між собою.

лише I і II

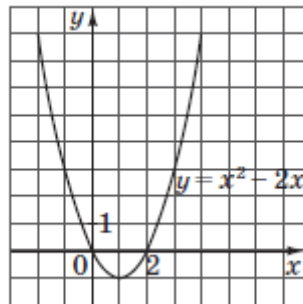
7. Розв'яжіть рівняння  $2x(x + 2) = 5(x + 2)$ .
- 2; 2,5

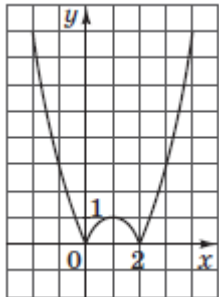
Алгебра і початки аналізу. Функції.  
Означення функції, область визначення, область значень функції, графік функції.  
Екстремуми функції

Геометрія. Стереометрія. Прямі та площини у просторі. Аксиоми і теореми стереометрії. Взаємне розміщення прямих у просторі, прямої та площини у просторі, площин у просторі. Ознаки паралельності прямих, прямої і площини, площин

Алгебра і початки аналізу. Рівняння, нерівності та системи. Лінійні, квадратні, раціональні, ірраціональні, показникові, логарифмічні, тригонометричні рівняння, нерівності та їх системи. Рівняння з однією змінною, означення кореня (розв'язку) рівняння з однією змінною. Методи розв'язування раціональних, ірраціональних, показникових, логарифмічних, тригонометричних рівнянь

<p>8. Розв'яжіть нерівність <math>\frac{1}{x-5} &lt; 0</math>.</p> <p><math>(-\infty; 5)</math></p>	<p>Алгебра і початки аналізу. Рівняння, нерівності та системи. Лінійні, квадратні, раціональні, ірраціональні, показникові, логарифмічні, тригонометричні рівняння, нерівності та їх системи</p>
<p>9. Якщо <math>x + 2y - 6z = -1</math> і <math>-y + 3z = 5</math>, то <math>x =</math></p> <p>9</p>	<p>Алгебра і початки аналізу. Рівняння, нерівності та системи. Лінійні, квадратні, раціональні, ірраціональні, показникові, логарифмічні, тригонометричні рівняння, нерівності та їх системи. Означення розв'язку системи рівнянь з двома змінними та методи їх розв'язань</p>
<p>10. На рисунку зображено графік функції <math>y = x^2 - 2x</math>. Укажіть графік функції <math>y =  x^2 - 2x </math>.</p>	<p>Алгебра і початки аналізу. Функції. Лінійні, квадратичні, степеневі, показникові, логарифмічні та тригонометричні функції, їх основні властивості та графіки</p>





11.  $\frac{\lg 25}{\lg 5} =$   
2

Алгебра і початки аналізу. Числа і вирази. Раціональні, ірраціональні, степеневі, показникові, логарифмічні, тригонометричні вирази та їхні перетворення.  
Означення та властивості логарифма

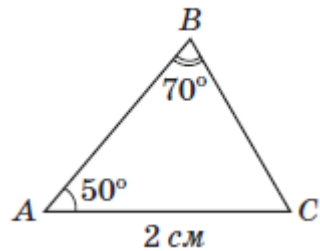
12. Сторона основи правильної чотирикутної призми дорівнює 3 см, а периметр її бічної грані – 22 см. Знайдіть площу бічної поверхні цієї призми.  
96 см<sup>2</sup>

Геометрія. Стереометрія. Многогранники, тіла і поверхні обертання. Формули для обчислення площ поверхонь, об'ємів многогранників і тіл обертання

13. Знайдіть значення виразу  $\frac{1}{b} - \frac{1}{a}$ , якщо  $\frac{\sqrt{3a} - \sqrt{3b}}{ab} = \sqrt{12}$ .  
2

Алгебра і початки аналізу. Числа і вирази. Раціональні, ірраціональні, степеневі, показникові, логарифмічні, тригонометричні вирази та їхні перетворення.  
Означення кореня  $n$ -го степеня та арифметичного кореня  $n$ -го степеня.  
Властивості коренів

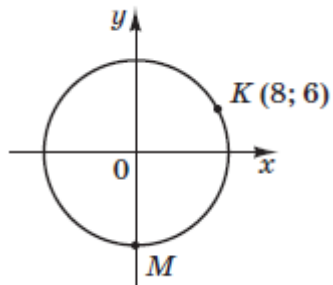
14. У трикутнику  $ABC$  задано  $AC = 2$  см,  $\angle A = 50^\circ$ ,  $\angle B = 70^\circ$  (див. рисунок). Визначте  $BC$  (у см) за теоремою синусів.



$$BC = \frac{2\sin 50^\circ}{\sin 70^\circ}$$

Геометрія. Планіметрія. Трикутники.  
Теорема синусів

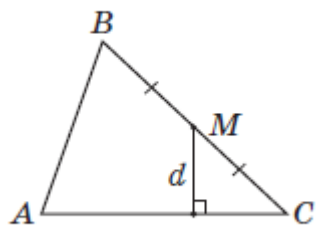
15. На координатній площині  $xy$  зображено коло, центр якого збігається з початком координат (див. рисунок). Точки  $K(8; 6)$  і  $M(x; y)$  належать цьому колу. Визначте координати точки  $M$ .



$(0; -10)$

Геометрія. Планіметрія. Прямокутна система координат на площині, координати точки. Формула для обчислення відстані між двома точками

16. У трикутнику  $ABC$  точка  $M$  – середина сторони  $BC$ ,  $AC = 24$  см (див. рисунок). Знайдіть відстань  $d$  від точки  $M$  до сторони  $AC$ , якщо площа трикутника  $ABC$  дорівнює  $96$  см<sup>2</sup>.



4 см

Геометрія. Планіметрія. Трикутники. Формули для обчислення площі трикутника. Теорема Фалеса

17. Спростіть вираз  $\sin^2\alpha(1 - \operatorname{ctg}^2\alpha)$ .  
 $-\cos(2\alpha)$

Алгебра і початки аналізу. Числа і вирази. Раціональні, ірраціональні, степеневі, показникові, логарифмічні, тригонометричні вирази та їхні перетворення

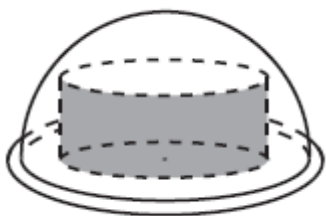
18. Знайдіть похідну функції  $y = e^{-2x}$ .  
 $y' = -2e^{-2x}$

Алгебра і початки аналізу. Функції. Похідні елементарних функцій. Правила диференціювання

19. Розв'яжіть нерівність  $\log_{0,4} x \geq \log_{0,4} 2$ .  
 $(0; 2]$

Алгебра і початки аналізу. Рівняння, нерівності та системи. Лінійні, квадратні, раціональні, ірраціональні, показникові, логарифмічні, тригонометричні рівняння, нерівності та їх системи

20. Для розігрівання в мікрохвильовій печі рідких страв використовують посудину у формі циліндра, радіус основи якого дорівнює 9 см. Посудина ставиться на горизонтальний диск у формі круга і накривається кришкою, що має форму півсфери (див. рисунок). Радіус півсфери дорівнює 12 см і є меншим за радіус круга. Укажіть *найбільше* з наведених значень, якому може дорівнювати висота посудини, якщо посудина не торкається кришки.



7 см

21. З пунктів  $A$  і  $B$  одночасно по шосе назустріч один одному виїхали два велосипедисти. Вони їхали без зупинок зі сталими швидкостями: перший – зі швидкістю  $x$  км/год, другий – зі швидкістю  $y$  км/год ( $x > y$ ). Через  $t$  годин ( $t > 1$ ) вони зустрілися в точці  $C$  і, не зупиняючись, продовжили рух без зміни напрямків.

До кожного запитання (1–4) доберіть правильну відповідь (А–Д).

*Запитання*

*Відповідь*

1 На скільки кілометрів зменшилася відстань по шосе між велосипедистами через 1 годину після початку руху?

$x + y$

Геометрія. Стереометрія.  
Многогранники, тіла і поверхні обертання. Тіла і поверхні обертання та їх елементи, основні види тіл і поверхонь обертання: циліндр, конус, зрізаний конус, куля, сфера.  
Планіметрія. Теорема Піфагора

Алгебра і початки аналізу. Числа і вирази. Відношення та пропорції. Застосування рівнянь, нерівностей та їх систем до розв'язування текстових задач



<p>2 Чому дорівнює відстань по шосе між пунктами <math>A</math> і <math>B</math> (у км)?</p> <p>3 На скільки кілометрів більше проїхав перший велосипедист, ніж другий, за час від початку руху до моменту зустрічі?</p> <p>4 За скільки годин перший велосипедист подолає відстань по шосе від точки <math>C</math> до пункту <math>B</math>?</p>	<p><math>(x + y)t</math></p> <p><math>(x - y)t</math></p> <p><math>\frac{yt}{x}</math></p>	
<p>22. Установіть відповідність між твердженням (1–4) та функцією (А–Д), для якої це твердження є правильним.</p> <p><i>Твердження</i></p> <p>1 графік функції не перетинає жодну з осей координат</p> <p>2 областю значень функції є проміжок <math>(0; +\infty)</math></p> <p>3 функція спадає на всій області визначення</p> <p>4 на відрізку <math>[-1,5; 1,5]</math> функція має два нулі</p>	<p><i>Функція</i></p> <p><math>y = -\frac{1}{x}</math></p> <p><math>y = 3^x</math></p> <p><math>y = -x + 2</math></p> <p><math>y = x^2 - 2</math></p>	<p>Алгебра і початки аналізу. Функції. Лінійні, квадратичні, степеневі, показникові, логарифмічні та тригонометричні функції, їх основні властивості та графіки</p>
<p>23. У прямокутній системі координат на площині дано вектори <math>\vec{a}</math> (3; 4) і <math>\vec{b}</math> (-2; 2). До кожного початку речення (1–4) доберіть його закінчення (А–Д) так, щоб утворилося правильне твердження.</p> <p><i>Початок речення</i></p> <p>1 Довжина вектора <math>\vec{a}</math></p>	<p><i>Закінчення речення</i></p> <p>дорівнює 5.</p>	<p>Геометрія. Планіметрія. Координати та вектори на площині Поняття вектора, довжина вектора, колінеарні вектори, рівні вектори, координати вектора. Додавання, віднімання векторів, множення вектора на число. Скалярний добуток векторів та його властивості</p>

<p>2 Сумою векторів <math>\vec{a}</math> і <math>\vec{c}</math> <math>(-3; k)</math> є нульовий вектор, якщо <math>k</math> дорівнює <math>-4</math>.</p> <p>3 Вектори <math>\vec{b}</math> і <math>\vec{d}</math> <math>(-4; m)</math> колінеарні, якщо <math>m</math> дорівнює <math>4</math>.</p> <p>4 Скалярний добуток векторів <math>\vec{a}</math> і <math>\vec{b}</math> дорівнює <math>2</math>.</p>	<p>Умова колінеарності векторів, що задані координатами</p>
<p>24. Установіть відповідність між тілом обертання, заданим умовою (1–4), та формулою (А–Д) для обчислення його об'єму <math>V</math>.</p> <p>1 квадрат зі стороною <math>a</math> обертається навколо прямої, що проходить через сторону цього квадрата (рис. 1)</p> $V = \pi a^3$ <p>2 прямокутний рівнобедрений трикутник із катетом <math>a</math> обертається навколо прямої, що проходить через катет цього трикутника (рис. 2)</p> $V = \frac{1}{3} \pi a^3$ <p>3 прямокутний рівнобедрений трикутник із катетом <math>a</math> обертається навколо прямої, що проходить через вершину гострого кута цього трикутника перпендикулярно до одного з його катетів (рис. 3)</p> $V = \frac{2}{3} \pi a^3$ <p>4 круг, радіус якого дорівнює <math>\frac{3}{4} a</math>, обертається навколо прямої, що проходить через центр цього круга (рис. 4)</p> $V = \frac{9}{16} \pi a^3$	<p>Геометрія. Стереометрія. Многогранники, тіла і поверхні обертання. Формули для обчислення площ поверхонь, об'ємів многогранників і тіл обертання</p>

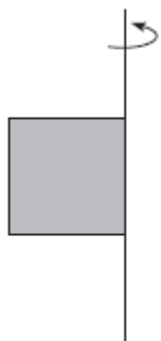


Рис. 1

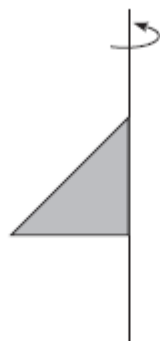


Рис. 2

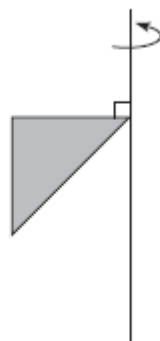


Рис. 3

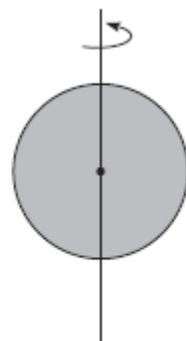


Рис. 4

25. У магазині молодіжного одягу діє акція: при покупці будь-яких двох однакових футболок за одну з них платять на 40% менше, ніж за іншу. За дві однакові футболки, придбані в цьому магазині під час акції, Микола заплатив 200 гривень. Скільки гривень заплатить Микола, якщо він купить лише одну таку футболку?

125

25. У магазині молодіжного одягу діє акція: при покупці будь-яких двох однакових футболок за одну з них платять на 40% менше, ніж за іншу. За дві однакові футболки, придбані в цьому магазині під час акції, Микола заплатив 240 гривень. Скільки гривень заплатить Микола, якщо він купить лише одну таку футболку?

150

25. У магазині молодіжного одягу діє акція: при покупці будь-яких двох однакових футболок за одну з них платять на 40% менше, ніж за іншу. За дві однакові футболки, придбані в цьому магазині під час акції, Микола заплатив 192 гривні. Скільки гривень заплатить Микола, якщо він купить лише одну таку футболку?

120

Алгебра і початки аналізу. Числа і вирази. Відношення та пропорції. Відсотки. Основні задачі на відсотки

<p>26. Розв'яжіть рівняння <math>3^x \cdot 4^x = (12^{x+1})^5</math>.</p> <p>-1,25</p> <p>26. Розв'яжіть рівняння <math>3^x \cdot 4^x = (12^{x+1})^6</math>.</p> <p>-1,2</p> <p>26. Розв'яжіть рівняння <math>3^x \cdot 4^x = (12^{x+2})^5</math>.</p> <p>-2,5</p>	<p>Алгебра і початки аналізу. Рівняння, нерівності та системи. Лінійні, квадратні, раціональні, ірраціональні, показникові, логарифмічні, тригонометричні рівняння, нерівності та їх системи.</p>
<p>27. Знайдіть значення виразу <math> y - 2x </math>, якщо <math>4x^2 - 4xy + y^2 = \frac{9}{4}</math>.</p> <p>1,5</p> <p>27. Знайдіть значення виразу <math> y - 2x </math>, якщо <math>4x^2 - 4xy + y^2 = \frac{25}{4}</math>.</p> <p>2,5</p> <p>27. Знайдіть значення виразу <math> y - 2x </math>, якщо <math>4x^2 - 4xy + y^2 = \frac{49}{4}</math>.</p> <p>3,5</p>	<p>Алгебра і початки аналізу. Числа і вирази. Раціональні, ірраціональні, степеневі, показникові, логарифмічні, тригонометричні вирази та їхні перетворення. Формули скороченого множення. Модуль дійсного числа та його властивості</p>
<p>28. Знайдіть <i>найбільше</i> значення функції <math>y = \frac{(1 - 2\cos x)^4}{2}</math>.</p> <p>40,5</p> <p>28. Знайдіть <i>найбільше</i> значення функції <math>y = \frac{(1 - 2\cos x)^4}{10}</math>.</p> <p>8,1</p> <p>28. Знайдіть <i>найбільше</i> значення функції <math>y = \frac{(1 - 2\cos x)^4}{6}</math>.</p> <p>13,5</p>	<p>Алгебра і початки аналізу. Функції. Лінійні, квадратичні, степеневі, показникові, логарифмічні та тригонометричні функції, їх основні властивості. Означення найбільшого і найменшого значень функції. Дослідження функції за допомогою похідної</p>

<p>29. У прямокутний трикутник <math>ABC</math> вписано коло, яке дотикається катетів <math>AC</math> та <math>BC</math> у точках <math>K</math> і <math>M</math> відповідно. Знайдіть радіус кола, <i>описаного</i> навколо трикутника <math>ABC</math> (у <math>см</math>), якщо <math>AK = 4,5</math> <math>см</math>, <math>MB = 6</math> <math>см</math>.</p> <p>5,25</p> <p>29. У прямокутний трикутник <math>ABC</math> вписано коло, яке дотикається катетів <math>AC</math> та <math>BC</math> у точках <math>K</math> і <math>M</math> відповідно. Знайдіть радіус кола, <i>описаного</i> навколо трикутника <math>ABC</math> (у <math>см</math>), якщо <math>AK = 3,5</math> <math>см</math>, <math>MB = 6</math> <math>см</math>.</p> <p>4,75</p> <p>29. У прямокутний трикутник <math>ABC</math> вписано коло, яке дотикається катетів <math>AC</math> та <math>BC</math> у точках <math>K</math> і <math>M</math> відповідно. Знайдіть радіус кола, <i>описаного</i> навколо трикутника <math>ABC</math> (у <math>см</math>), якщо <math>AK = 6,5</math> <math>см</math>, <math>MB = 8</math> <math>см</math>.</p> <p>7,25</p>	<p>Геометрія. Планіметрія. Геометричні величини та їх вимірювання. Коло, описане навколо трикутника, і коло, вписане в трикутник. Дотичні до кола та їхні властивості</p>
<p>30. Обчисліть площу фігури, обмеженої графіком функції <math>y = \frac{22}{3} - (x + 1)^2</math> і прямими <math>y = \frac{x}{3}</math>, <math>x = -1</math> та <math>x = 1</math>.</p> <p>12</p> <p>30. Обчисліть площу фігури, обмеженої графіком функції <math>y = \frac{25}{3} - (x + 1)^2</math> і прямими <math>y = \frac{x}{3}</math>, <math>x = -1</math> та <math>x = 1</math>.</p> <p>14</p> <p>30. Обчисліть площу фігури, обмеженої графіком функції <math>y = \frac{28}{3} - (x + 1)^2</math> і прямими <math>y = \frac{x}{3}</math>, <math>x = -1</math> та <math>x = 1</math>.</p> <p>16</p>	<p>Алгебра і початки аналізу. Функції. Застосування визначеного інтеграла до обчислення площ криволінійних трапецій. Формула Ньютона – Лейбніца.</p>

<p>31. У фестивалі беруть участь 25 гуртів, серед яких є по одному гурту з України і Чехії. Порядок виступу гуртів визначається жеребкуванням, за яким кожен із гуртів має однакові шанси отримати будь-який порядковий номер від 1 до 25. Знайдіть імовірність того, що на цьому фестивалі гурт з України виступатиме першим, а порядковий номер виступу гурту з Чехії буде парним.</p> <p>0,02</p>	<p>Алгебра і початки аналізу. Елементи комбінаторики, початки теорії ймовірностей та елементи статистики. Класичне означення ймовірності події, найпростіші випадки підрахунку ймовірностей подій</p>
<p>32. Основою піраміди є ромб, тупий кут якого дорівнює <math>120^\circ</math>. Дві бічні грані піраміди, що містять сторони цього кута, перпендикулярні до площини основи, а дві інші бічні грані нахилені до площини основи під кутом <math>30^\circ</math>. Знайдіть площу бічної поверхні піраміди (у <math>см^2</math>), якщо її висота дорівнює 4 см.</p> <p>96</p> <p>32. Основою піраміди є ромб, тупий кут якого дорівнює <math>120^\circ</math>. Дві бічні грані піраміди, що містять сторони цього кута, перпендикулярні до площини основи, а дві інші бічні грані нахилені до площини основи під кутом <math>30^\circ</math>. Знайдіть площу бічної поверхні піраміди (у <math>см^2</math>), якщо її висота дорівнює 3 см.</p> <p>54</p> <p>32. Основою піраміди є ромб, тупий кут якого дорівнює <math>120^\circ</math>. Дві бічні грані піраміди, що містять сторони цього кута, перпендикулярні до площини основи, а дві інші бічні грані нахилені до площини основи під кутом <math>30^\circ</math>. Знайдіть площу бічної поверхні піраміди (у <math>см^2</math>), якщо її висота дорівнює 5 см.</p> <p>150</p>	<p>Геометрія. Стереометрія. Многогранники. Формули для обчислення площ поверхонь</p>
<p>33. При якому найбільшому від'ємному значенні параметра <math>a</math> рівняння</p> $\sqrt[4]{ x  - 1} - 2x = a$ <p>має один корінь?</p> <p>-1,625</p>	<p>Алгебра і початки аналізу. Рівняння, нерівності та системи. Лінійні, квадратні, раціональні, ірраціональні, показникові, логарифмічні, тригонометричні рівняння, нерівності та</p>



їх системи

33. При якому *найбільшому* від'ємному значенні параметра  $a$  рівняння

$$\sqrt[4]{|x| - 2} - 2x = a \text{ має один корінь?}$$

-3,625

33. При якому *найбільшому* від'ємному значенні параметра  $a$  рівняння

$$\sqrt[4]{|x| - 3} - 2x = a \text{ має один корінь?}$$

-5,625